

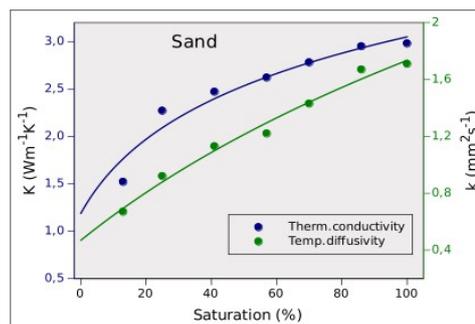
# Thermische Leitfähigkeiten teilgesättigter poröser Medien

G. Buntebarth, TU Clausthal

Eine häufige Anwendung bei Lockerböden, Presslingen oder porösen Festkörpern ist die Bestimmung von Wärme- und Temperaturleitfähigkeit in Abhängigkeit von Sättigungsgrad. DIN EN ISO 22007-1 und ASTM D5334-Vorschriften [1,2] geben die Messvorschriften und Auswertung auch mit einer Nadelsonde vor. Die Berechnung der Leitfähigkeiten beruht auf Anwendung der Wärmeleitungsgleichung.

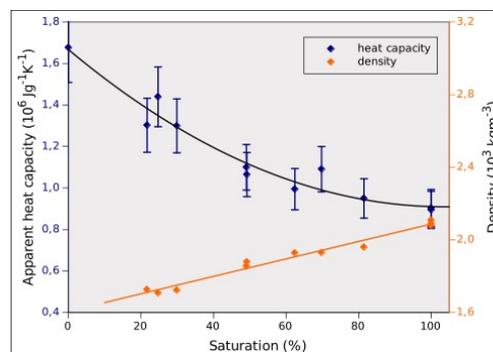
Die Lösung der Gleichung wird durch vereinfachende Annahmen jedoch eingeschränkt und ist daher nicht allgemein anwendbar. Vollständig wassergesättigte geologische Prüflinge zeigen (mit einer 10%-igen Genauigkeit) noch eine gute Übereinstimmung mit dem geometrischen Mittel aus der Wärmeleitfähigkeit der Matrix und der Porenfüllung. Wenn jedoch Teilsättigung vorliegt, d.h. Luft als dritte Komponente hinzukommt, lässt sich das Mittelungsverfahren nicht mehr erfolgreich anwenden. Zusätzliche Grenzflächeneffekte zwischen Matrix, Wasser und Luft verkomplizieren das thermische Modell.

Auf mögliche Fehler bei der Messung und der Auswertung eines Temperaturverlaufs soll hier hingewiesen werden. Abb.1 zeigt die beiden thermischen Leitfähigkeiten, die mit einer Nadelsonde (Messgerät „GeoTec SolidTherm“) in Abhängigkeit vom Wassersättigungsgrad gemessen wurden.



**Abb.1:** Wärme- und Temperaturleitfähigkeit von Sand in Abhängigkeit vom Sättigungsgrad

Bei der Berechnung der spezifischen Wärmekapazität (Abb. 2) wird der Fehler offensichtlich. Je niedriger der Sättigungsgrad, desto größer wird die errechnete scheinbare Wärmekapazität. Es müsste genau umgekehrt sein.

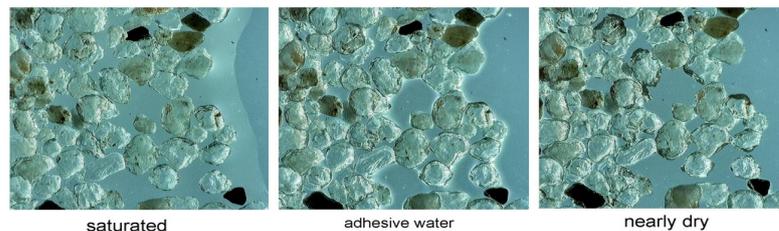


**Abb. 2:** Nach Abb. 1 errechnete spezifische Wärmekapazität und Dichte der Mischung in Abhängigkeit vom Sättigungsgrad

Die Wärmeleitfähigkeit ändert sich um den Faktor 2,5 und die Temperaturleitfähigkeit um den Faktor 4. Daraus ergibt sich die Zunahme der volumetrischen Wärmekapazität. Bei

Berücksichtigung der Dichte kann die massebezogene spezifische Wärmekapazität berechnet werden, die entsprechend Abb. 2 einen niedrigeren Anstieg zeigt. Dass der Anstieg nicht linear verläuft, liegt an der Verteilung der Porenfüllung im Porenraum. Ein 2D-Modell veranschaulicht, wie eine Sättigungsänderung stattfindet (Abb. 3). Die Flüssigkeit wird nicht gleichmäßig aus dem Porenraum verdunsten, sondern zuerst dort, wo die Aktivierungsenergie am niedrigsten ist, d.h. wo die Poren am größten sind. Je kleiner die Porenräume werden, desto stärker wirkt der Effekt der Kapillarität und der Haftspannung. Daraus resultiert die komplexe Beziehung zwischen Wärmeleitfähigkeit und Sättigungsgrad, weil die Wärmeleitung nicht homogen im Gesamtvolumen abläuft.

Die Porenstruktur ist keine konstante Größe, sondern ist auch vom Sättigungsgrad abhängig. Bei Vollsättigung ist der Porenraum am größten und bei trockenen Proben am kleinsten, nicht nur bei Lockermaterial, sondern auch im Festgestein [1,3]. Auch wenn der Effekt < 1% ist, haben die Kontakte an den Korngrenzen einen größeren Einfluss auf die Wärmeleitung.



**Abb.3:** 2D-Modell des Trocknungsvorgangs

Aus Oberflächenspannung und Benetzbarkeit ergibt sich eine Haftspannung der Porenfüllung, die unterschiedliche Aktivierungsenergien bei der Verdunstung bedingt, deshalb ist auch die Oberflächenspannung eine Einflussgröße.

Die Auswertung eines gemessenen Temperaturverlaufs erfolgt nach der Wärmeleitungsgleichung für eine Linienquelle [6]:

$$c\rho\frac{\partial T}{\partial t} = K\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right) \quad (1)$$

mit der Integral-Exponential-Funktion:  $-Ei(-x) = \int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u} du$  (2)

beträgt die Temperaturänderung:  $\Delta T = \frac{Q}{4\pi K} \left[-Ei\left(\frac{-r^2}{4\kappa t}\right)\right] \quad t > 0$  (3)

mit  $Q$  (W/m) = Wärmequelle,  $K$  (W/mK) = Wärmeleitfähigkeit,  $\kappa$  (m<sup>2</sup>/s) = Temperaturleitfähigkeit und  $r$  (m) = Radius der Sonde.

Für große Werte  $\kappa t/r^2$  gibt es eine Reihenentwicklung [6]:

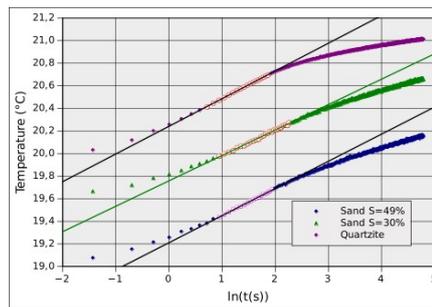
$$\Delta T = \frac{Q}{4\pi K} \left[ \ln\left(\frac{4\kappa t}{r^2}\right) + \frac{r^2}{4\kappa t} - \frac{1}{4}\left(\frac{r^2}{4\kappa t}\right)^2 \dots \right] \quad \gamma = 0,5772 \text{ Euler'sche Konstante,} \quad (4)$$

die jedoch in den erwähnten Standards nach dem 1. Term abgebrochen wird:

$$\Delta T \approx \frac{Q}{4\pi K} C \ln(t) \quad (5)$$

und eine gerätespezifische Größe  $C$  eingesetzt, die Abweichungen einschließt.

Die Temperaturänderung in Abhängigkeit von  $\ln(t)$  ist in Abb. 4 als Beispiel gezeigt. Die lineare Beziehung nach Gl. (5), wie sie nach DIN EN ISO 22007-1 und ASTM D5334 bestimmt wird, liegt bei ca. 3 bis 10 s (bzw.  $\ln(t)$  ca. 1 bis 2,5).



**Abb. 4:** Temperaturverlauf während einer Messung mit der Nadelsonde

Anhand zweier Beispiele mit  $r = 1,5$  mm und  $t = 5$  s wird gezeigt, welchen Einfluss die vernachlässigten Terme 2 und 3 aus Gl. (4) haben.

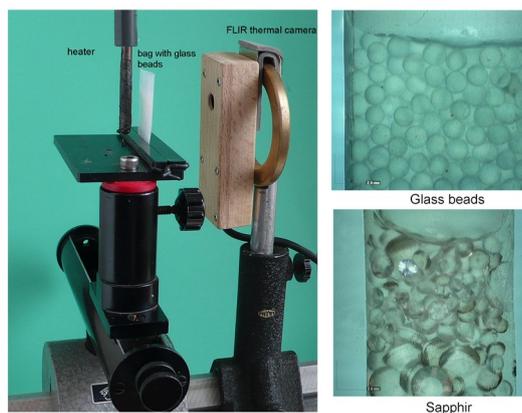
$\kappa_1 = 0,14$  mm<sup>2</sup>/s (Wasser)

1.Term:  $\ln(4\kappa_1 t / 0,577 r^2) = 0,78$ ; 2. und 3.Term:  $r^2 / 4\kappa_1 t - (r^2 / 4\kappa_1 t)^2 / 4 = 0,81 - 0,16 = 0,65$   
Dies sind >80% des 1.Terms!

$\kappa_2 = 2$  mm<sup>2</sup>/s (Gestein)

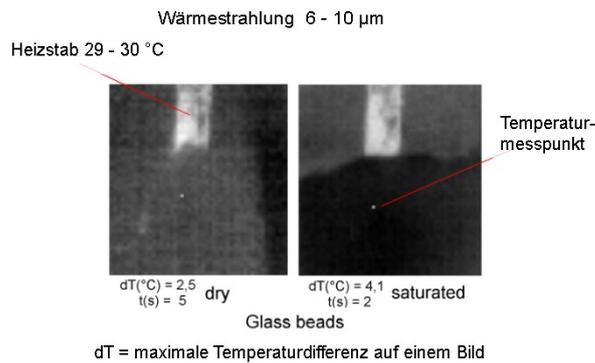
1.Term:  $\ln(4\kappa_2 t / 0,577 r^2) = 3,44$ ; 2. und 3.Term:  $r^2 / 4\kappa_2 t - (r^2 / 4\kappa_2 t)^2 / 4 = 0,056 - 0,001 = 0,055$   
Dies sind <2% des 1.Terms!

Eine weitere bedeutende Einflussgröße ist die Wärmestrahlung. Sie wird jedoch bei Vollsättigung an der Oberfläche absorbiert und/oder reflektiert. Sie kann nur dann in das Medium eindringen, wenn die Porenräume Gas enthalten. Die Wärmestrahlung hat daher eine maximale Wirkung bei trockenen Stoffen. Dieser Einfluss soll mit einer Wärmebildkamera veranschaulicht werden.

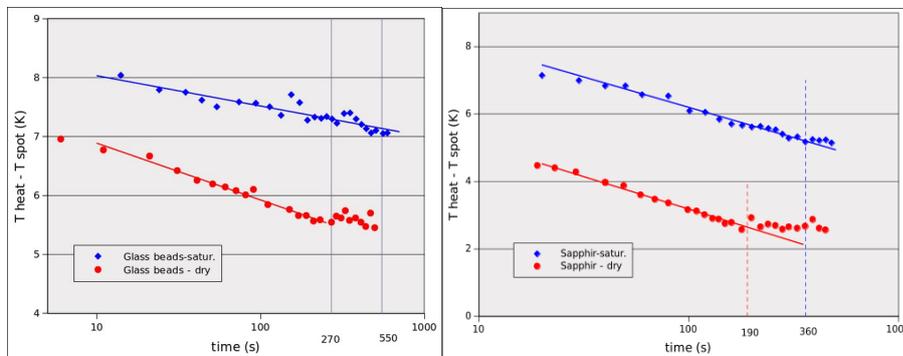


**Abb.5:** Versuchsaufbau zum Effekt der Wärmestrahlung

Ein Heizstab mit einer Temperatur von 29 bis 30 °C befindet sich vor einer Wärmebildkamera, und in den Strahlengang kann ein Filter eingeschoben werden, das entweder Glaskugeln von ca. 1,5 mm Durchmesser enthält oder facettierte Saphire von 0,5 bis 2mm Durchmesser. Ihre Wärmeleitfähigkeiten liegen bei 1,2 bzw. 40 W/mK. Typische Wärmebilder zeigt Abb.6. Der Heizstab hat die höchste Temperatur (weiß) und die Umgebungstemperatur (schwarz) die niedrigste. Diese Werte ergeben den Messbereich und werden mit der Punktmessung (Mitte) angezeigt. Der zeitliche Verlauf der Temperaturdifferenz zwischen Heizstab und Punktmessung ist in Abb. 7 dargestellt.



**Abb.6:** Typische Bilder der Wärmebildkamera mit Heizstab und Glaskugelfilter



**Abb.7:** Der zeitliche Temperaturverlauf an der Rückseite des Filters mit Glaskugeln und Saphiren

Die trockenen Saphire sind sehr viel durchlässiger für die Wärmestrahlung als die Glaskugeln. Am Anfang gibt es nur 5 K Unterschied zur Wärmequelle gegenüber 7 K bei den Glaskugeln. Eine maximale Temperatur ist mit nur 2,5 K Unterschied zur Wärmequelle viel schneller erreicht als bei den Glaskugeln, wo der Unterschied bei 5,5 K bleibt. Die polierten Facetten der Saphire verursachen auch eine stärkere Reflexion und diffuse Streuung innerhalb der Probe.

Bei den gesättigten Proben sind die anfänglichen Temperaturunterschiede beider Proben ca. 8 K, was auf die gleiche absorbierende Oberfläche mit Wasser hindeutet, wo die Wärmestrahlung nur durch Leitung ins Innere der Probe gelangt. Die Glaskugeln werden der niedrigen Wärmeleitfähigkeit wegen nur um 1 K erwärmt, aber die Saphire um 2 K und innerhalb kürzerer Zeit.

Die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit mit einer Nadelsonde ergibt für die gesättigten Glaskugeln einen Wert von  $K = 0,99 \text{ W/mK}$ . Das geometrische Mittel mit den Werten von  $1,2 \text{ W/mK}$  für Glas und  $0,6$  für Wasser bei einer Porosität von 37% (dichteste Kugelpackung) ergibt  $K = 0,93 \text{ W/mK}$ .

Mit der vereinfachten Wärmeleitungsgleichung (Gl. 5):

$$\Delta T = \frac{Q}{4 \pi K} C \ln(t)$$

lässt sich das Verhältnis der Wärmeleitfähigkeiten von gesättigter Probe zur trockenen errechnen und damit auch den Wert der trockenen Probe, wenn derjenige der gesättigten gesondert bestimmt wurde. Für die Glaskugeln beträgt die Wärmeleitfähigkeit  $K_{\text{dry}} = 0,52 \pm 0,01$  für verschiedene Proben.

Die vielfältigen Einflussgrößen, die hier angesprochen werden, erschweren es, einen allgemein gültigen Zusammenhang zu finden. Daher bleiben die thermischen Leitfähigkeiten teilgesättigter Medien, wenn sie mit der vereinfachten Fourierschen Wärmeleitungsgleichung ermittelt werden, fehlerbehaftet.

Eine Reduzierung der Fehler ist möglich, wenn

- 1) die Wärmeleitfähigkeit in Gl. 5 nicht mit  $C$  als gerätespezifische Größe berechnet wird, sondern mit der Methode der kleinsten quadratischen Abweichung werden  $K$  und  $\kappa$  an den Temperaturverlauf angepasst wird.
- 2)  $K$  und  $\kappa$  von trockenen porösen Medien werden ermittelt aus Messungen mit verschiedenen Porenfüllungen, um den Effekt der Wärmestrahlung zu vermeiden. Eine Extrapolation auf die Leitfähigkeiten von Luft ergibt dann die Werte  $K$  und  $\kappa$  der trockenen Probe [6].

## Literatur

- [1] ASTM D5334-08, Standard test method for determination of thermal conductivity of soil and soft rock by thermal needle probe procedure
- [2] DIN EN ISO 22007-1:2012 Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit und Temperaturleitfähigkeit
- [3] Buntebarth, G. (2002), Volumenvergrößerung von Sedimentgesteinen bei Wassersättigung. Mitt Dtsche Geophys Ges III:41-44 ISSN-Nr. 0947-1944
- [4] Buntebarth, G. (2020), Thermal properties of sand and mineral flours, SN Applied Sciences, 2:396, <https://doi.org/10.1007/s42452-020-2208-3>
- [5] Möller, M., G. Buntebarth & A. Weller (2018), Expansion and shrinkage of sandstones during spontaneous imbibition of fluids, Env. Earth Sci. 77:571. <https://doi.org/10.1007/s12665-018-7753-3>.
- [6] Tautz, H. (1971), Wärmeleitung und Temperatursausgleich. Akademie-Verlag, Berlin, 9.3.2.197–9.3.2.201